

## Luftmodstand i lodret fald

I dette projekt skal vi simulere luftmodstand ved lodret fald.

## Modeller i fysik og i fysik-CT

En central metode i fysik er at anvende modeller af omverdenen. En model er per definition en forsimpning, dvs. en unøjagtig fremstilling, af en virkelig situation. Faktisk kan fysikere ikke regne på noget overhovedet, uden at forsimple situationen. Kan du acceptere denne unøjagtighed?

Måske kan et citat fra Richard P. Feynmann hjælpe?

*"In physics the truth is rarely perfectly clear, and that is certainly universally the case in human affairs. Hence, what is not surrounded by uncertainty cannot be the truth."*, The Character of Physical Law, 1965, Richard P. Feynmann.

En anden vigtig rolle modeller, med simplificeringer, kan spille, udtrykkes af David Scherer, pensioneret fysik-professor:

"Models are an essential tool for physicists and engineers, but they are also critical for students learning about physics. Through models, students can explore complex physical phenomena and develop a deeper understanding of the underlying concepts."

## Grundlæggende mekanisme og teori

I Fysik B htx lærer vi om det "frie fald". Modellen er her at objektet kun påvirkes af tyngdekraften og dermed ikke af luftmodstand. Under denne antagelse anvender vi bevægelsesligningerne for konstant acceleration:

$$a = \text{konstant}$$

$$v = a \cdot t + v_0$$

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + s_0$$

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot (s - s_0)$$

For at simulere et frit fald kunne man så afbilde  $(t, s)$  punkter.

Men hvad hvis der er ikke-idealiteter til stede?

Så må vi vende tilbage til grunddefinitionerne:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Kan vi bruge dem til at bevæge os et lille skridt fremad ad gangen? Indeks 1 indikerer foregående værdi:

$$\Delta s = v \cdot \Delta t$$

$$\Delta v = a \cdot \Delta t$$

$$s - s_1 = v \cdot \Delta t$$

$$v - v_1 = a \cdot \Delta t$$

$$s = s_1 + v \cdot \Delta t$$

$$v = v_1 + a \cdot \Delta t$$

Vi ved fra Newtons 2. lov at:

$$F_{res} = m \cdot a$$

$$a = \frac{1}{m} \cdot F_{res}$$

Og nu kan vi indsætte kræfterne der virker på objektet i stedet for  $a$ :

$$v = v_1 + \frac{1}{m} \cdot F_{res} \cdot \Delta t$$

$$s = s_1 + v \cdot \Delta t$$

Ovenstående kaldes Euler-Cromer approksimationen. Bemærk: ny hastighed,  $v$  skal beregnes før ny position kan bestemmes.

I et frit fald er  $F_{res} = m \cdot g$  og indsætter vi det får vi:

$$v = v_1 + g \cdot \Delta t$$

$$s = s_1 + v \cdot \Delta t$$

I Orbit B htx angives formelen:

$$F_{\text{luftmodstand}} = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$$

Dette er en såkaldt empirisk formel, som er udviklet ud fra eksperimenter. Den siger at modstanden er proportional med:

- densiteten af den luft der skal flyttes,  $\rho$
- tværsnitsarealet af objektet,  $A$  der skal flytte luft,
- en objektudformningsfaktor,  $c_w$ .

Og modellen siger at modstanden er proportional med objektets hastighed i anden (eller mere præcist den relative hastighed af objektet i forhold til luften).

Men modellen er empirisk og siger som sådan ikke så meget om den bagvedliggende mekanisme. Den bagvedliggende mekanisme er at objektet kolliderer med luftmolekylerne og derved mister energi til dem. Dermed taber objektet også bevægelsesenergi og bremses lidt.

En gas-bevægelsesteori-sætning siger:

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot \bar{v}^2 = \frac{3}{2} \cdot k_B \cdot T$$

Antager vi at temperaturen ved kollisionen hæves med 10K så kan vi faktisk regne et bud på luft molekyles forøgelse i hastighed:

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3 \cdot k_B \cdot T}{m}}$$

$$\Delta \bar{v} \approx 94 \frac{m}{s}$$

Antag objektet har massen  $m_A$  og starthastigheden  $v_{A1}$  og at et luftmolekyle har massen  $m_B$  og starthastigheden  $0 \frac{m}{s}$ .

Vi antager elastisk kollision, dvs. kinetisk energibevarelse:

$$p_{A1} + p_{B1} = p_{A2} + p_{B2}$$

$$m_A \cdot v_{A1} + 0 = m_A \cdot v_{A2} + m_B \cdot v_{B2}$$

Vi har brug for en yderligere oplysning for at kunne bestemme objektets hastighed efter kollision,  $v_{A2}$ .

Lad os indsætte det fundne ovenfor:

$$m_A \cdot v_{A1} = m_A \cdot v_{A2} + m_B \cdot 94 \frac{m}{s}$$

Nu isoleres ny hastighed for objektet:

$$v_{A2} = \frac{m_A \cdot v_{A1} - m_B \cdot 94 \frac{m}{s}}{m_A} = v_{A1} - \frac{m_B}{m_A} \cdot 94 \cdot \frac{m}{s}$$

Vi skulle så anvende ovenstående for hvert luftmolekyle som objektet skubber til side.

I stedet for at gøre det så simplificerer vi modellen:

$$v_{A2} = v_{A1} - \frac{\sum m_B}{m_A} \cdot k$$

Hvor  $\sum m_B$  er summen af massen af objekterne der lige netop nu kollideres med, og  $k$  er en konstant.

I Euler-Cromer modellen for frit fald havde vi:

$$v = v_1 + g \cdot \Delta t$$

$$s = s_1 + v \cdot \Delta t$$

Den ændrer vi nu med et korrigerende led på grund af kollision:

$$v = v_1 + g \cdot \Delta t - \frac{\sum m_B}{m_A} \cdot k$$

$$s = s_1 + v \cdot \Delta t$$

